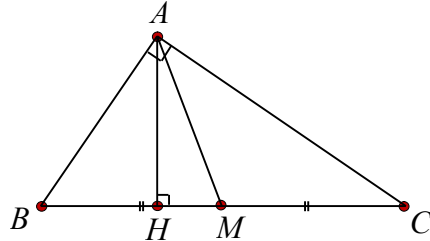


BÀI 3: KHÁI NIỆM THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

I. NHẮC LẠI KIẾN THỨC HÌNH HỌC PHẪNG

1. Hệ thức lượng trong tam giác

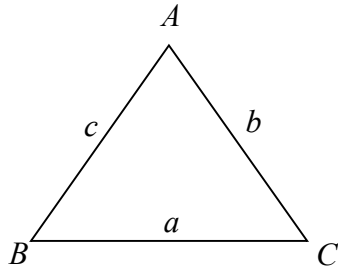
a) **Các hệ thức lượng trong tam giác vuông:** Cho tam giác ABC vuông tại A , AH là đường cao, AM là đường trung tuyến. Ta có:



$$\begin{aligned} & \diamondsuit BC^2 = AB^2 + AC^2 \\ & \diamondsuit AH \cdot BC = AB \cdot AC \\ & \diamondsuit AB^2 = BH \cdot BC, AC^2 = CH \cdot CB \\ & \diamondsuit \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}, AH^2 = HB \cdot HC \\ & \diamondsuit 2AM = BC \end{aligned}$$

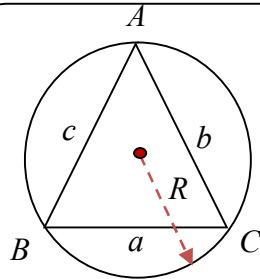
b) **Các hệ thức lượng trong tam giác thường:**

➤ **Định lý cosin:**



$$\begin{aligned} * \quad & a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ * \quad & b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ * \quad & c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{aligned}$$

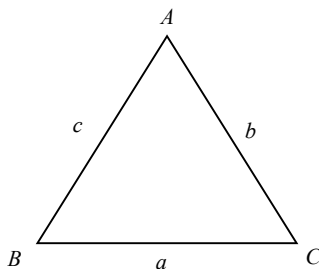
➤ **Định lý sin**



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

(R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$)

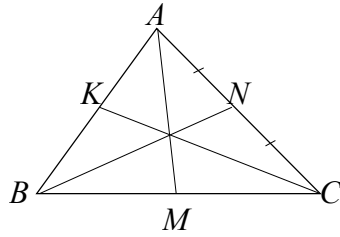
➤ **Công thức tính diện tích tam giác:**



p - nửa chu vi
 r - BK đường tròn nội tiếp;

$$\begin{aligned} & \diamondsuit S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c \\ & \diamondsuit S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B \\ & \diamondsuit S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R}, S_{\triangle ABC} = p \cdot r \\ & \diamondsuit p = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \end{aligned}$$

➤ Công thức tính độ dài đường trung tuyến:



$$\begin{aligned} * AM^2 &= \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \\ * BN^2 &= \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \\ * CK^2 &= \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \end{aligned}$$

2. Góc và khoảng cách:

2.1. Góc

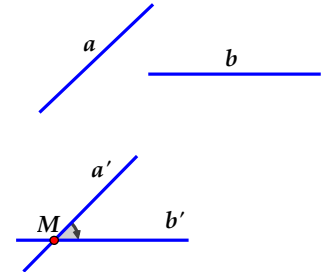
a) Góc giữa hai đường thẳng:

Nếu a và b song song hoặc trùng nhau thì góc giữa chúng bằng 0° .

Nếu a và b cắt nhau thì góc giữa chúng là góc nhỏ nhất trong các góc được tạo bởi hai đường thẳng.

Góc giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b .

$$\text{Tức là: } \begin{cases} a // a' \\ b // b' \end{cases} \Rightarrow \widehat{(a, b)} = \widehat{(a', b')}.$$

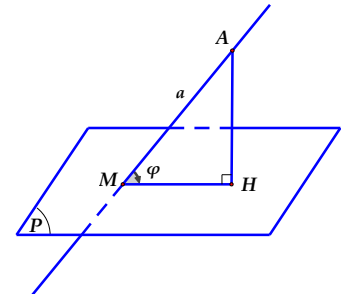


b) Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng:

Nếu đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) thì $(a; (P)) = 90^\circ$.

Nếu a không vuông với (P) và a' là hình chiếu của a trên (P) thì

$$\widehat{(a, (P))} = \widehat{(a, a')} = \varphi.$$



Chú ý:

$$+ 0^\circ \leq \widehat{(a, (P))} \leq 90^\circ.$$

$$+ \text{Nếu } \begin{cases} a // (P) \\ a \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \widehat{(a, (P))} = 0^\circ.$$

+ Để tìm hình chiếu a' của a trên (P) ta có thể làm như sau:

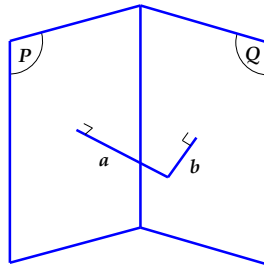
Tìm giao điểm $M = a \cap (P)$.

Lấy một điểm A tùy ý trên a và xác định hình chiếu H của A trên (P) . Khi đó, a' là đường thẳng đi qua hai điểm A và M .

c) Góc giữa hai mặt phẳng

Để xác định góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) , ta có thể thực hiện theo một trong các cách sau:

Cách 1: Theo định nghĩa: $\begin{cases} a \perp (P) \\ b \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow \widehat{((P), (Q))} = \widehat{(a, b)}.$

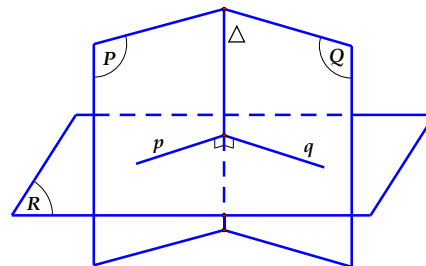


Cách 2: Khi xác định được $(P) \cap (Q) = \Delta$ thì ta làm như sau:

+ Bước 1: Tìm mặt phẳng $(R) \perp \Delta$.

+ Bước 2: Tìm $\begin{cases} p = (R) \cap (P) \\ q = (R) \cap (Q) \end{cases}$

Khi đó: $\widehat{((P), (Q))} = \widehat{(p, q)}.$



2.2 Khoảng cách

a) Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng (mặt phẳng) bằng độ dài đoạn vuông góc vẽ từ điểm đó đến đường thẳng (mặt phẳng).

b) Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên đường thẳng đến mặt phẳng.

c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng:

- Độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

- **Phương pháp 1:** $d(a, b)$ với a, b là 2 đường thẳng chéo nhau

- + Bước 1: Tìm (P) chứa a sao cho $(P) // b$

- + Bước 2: chọn $M \in b$, tính $d(M, (P)) = d(a, b)$

- **Phương pháp 2:** $d(a, b)$ với a, b là 2 đường thẳng chéo nhau

- + Bước 1: Tìm (P) chứa a sao cho $(P) \perp b$

- + Bước 2: Tìm $M = (P) \cap b$

- + Bước 3: Hạ đoạn vuông góc MN từ M đến a , khi đó $d(a, b) = MN$.

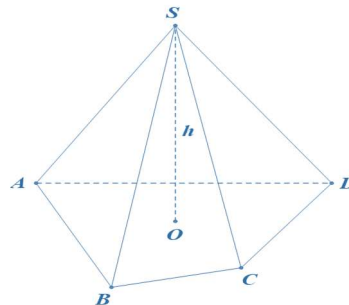
II. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN :

VẤN ĐỀ 1: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

1. Công thức tính thể tích khối chóp:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$$

Trong đó: S là diện tích đáy, h là chiều cao khối chóp.

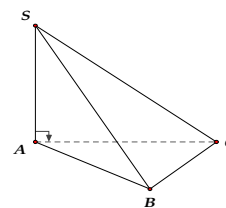


2. Xác định chiều cao và diện tích đáy thường gặp:

XÁC ĐỊNH CHIỀU CAO THƯỜNG GẶP

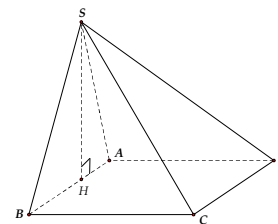
a) Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy: Chiều cao của hình chóp là độ dài cạnh bên vuông góc với đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tức $SA \perp (ABC)$ thì chiều cao của hình chóp là SA .



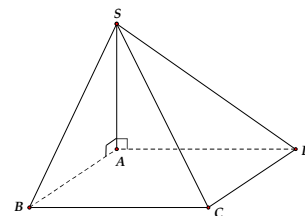
b) Hình chóp có 1 mặt bên vuông góc với mặt đáy: Chiều cao của hình chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ thì chiều cao của hình chóp là SH là chiều cao của $\triangle SAB$.



c) Hình chóp có 2 mặt bên vuông góc với mặt đáy: Chiều cao của hình chóp là giao tuyến của hai mặt bên cùng vuông góc với mặt phẳng đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ thì chiều cao của hình chóp là SA .

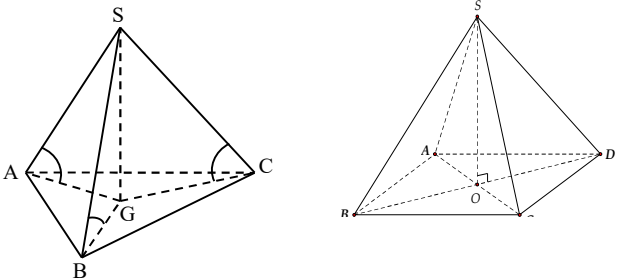
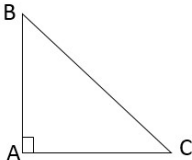
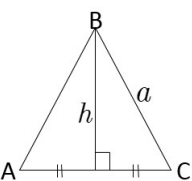
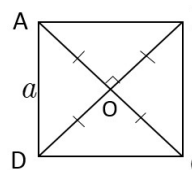
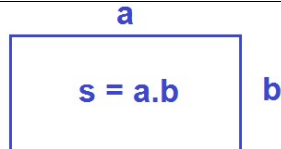
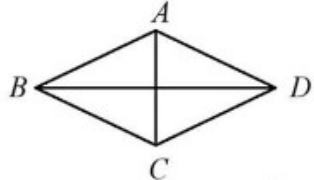
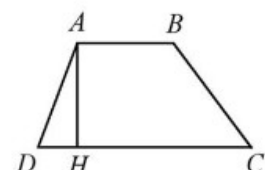


d) Hình chóp đều:

Chiều cao của hình chóp là đoạn thẳng nối đỉnh và tâm của đáy.

+ Đối với hình chóp đều đáy là tam giác thì tâm là trọng tâm G của tam giác đều.
+ Đối với hình chóp đều đáy là tứ giác (hình vuông) thì tâm là giao điểm của hai đường chéo

Ví dụ: Chiều cao của hình chóp tam giác đều là SG và chiều cao hình chóp tứ giác đều là SO

	
XÁC ĐỊNH DIỆN TÍCH ĐÁY HAY GẤP	
1. Diện tích tam giác vuông. ♦ S= nửa tích 2 cạnh góc vuông. ♦ Pitago: $AB^2 + AC^2 = BC^2$	 $\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB.AC$
2. Diện tích tam giác đều. ♦ $S = (\text{cạnh})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$ ♦ $h = (\text{cạnh}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$	 $\Rightarrow \begin{cases} S_{\triangle ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \\ h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$
3. Diện tích hình vuông: ♦ $S = (\text{cạnh})^2$ ♦ Pitago: $AB^2 + AD^2 = BD^2$ ♦ Đường chéo hình vuông bằng cạnh. $\sqrt{2}$	 $\Rightarrow \begin{cases} S_{HV} = a^2 \\ AC = BD = a\sqrt{2} \end{cases}$
4. Diện tích hình chữ nhật: ♦ S= dài x rộng.	
5. Diện tích hình thoi: ♦ $S = \frac{1}{2} AC.BD$ ♦ $S = 2.S_{ABC} = 2.S_{ADC}$	
6. Diện tích hình thang: ♦ S= nửa chiều cao x (đáy lớn+bé) ♦ $S = \frac{1}{2} AH.(AB + CD)$	

3. Các ví dụ minh họa

Ví dụ 1. (Câu 2 – đề 102 – BGD&ĐT -2021) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng?

A. $\frac{3}{2}a^3$.

B. $3a^3$

C. $\frac{1}{3}a^3$.

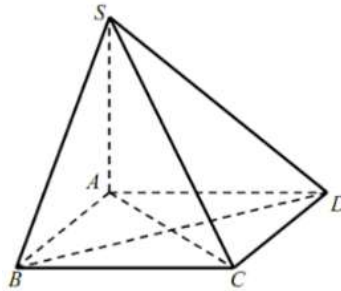
D. a^3

Hướng dẫn giải: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}3a^2 \cdot a = a^3$

Chọn đáp án D

Ví dụ 2: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng?

Hướng dẫn giải:



Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt)

Ví dụ 3: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC cân tại A , $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng?

Hướng dẫn giải:

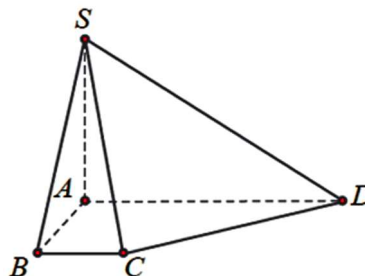
Diện tích đáy bằng $B = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2}a \cdot a \cdot \sin 30^\circ = \frac{a^2}{4}$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}B \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Vậy thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Ví dụ 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , có $AB = a$, $AD = 3a$, $BC = a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích hình chóp $S.BCD$ bằng?

Hướng dẫn giải:



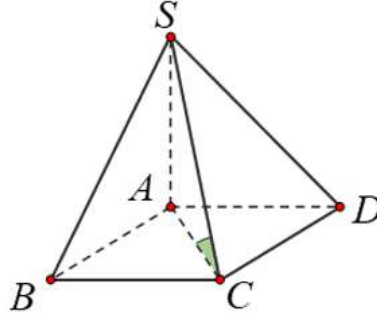
Ta có $V_{S.BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot SA$ với

$$S_{BCD} = S_{ABCD} - S_{ABD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot AB - \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} a^2.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.BCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6} (\text{đvtt}).$$

Ví dụ 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng?

Hướng dẫn giải:



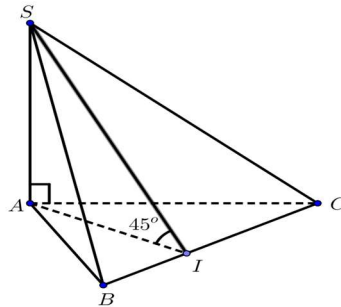
Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$. Suy ra AC là hình chiếu vuông góc của

SC lên mặt phẳng $(ABCD)$. Vậy góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc giữa SC và AC và là góc $\widehat{SCA} = 60^\circ$. Vì tam giác SAC vuông tại A nên $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

$$\text{Khi đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3} (\text{đvtt}).$$

Ví dụ 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại A , $BC = 3a$, $AB = a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Hướng dẫn giải:



Xét tam giác ABC có $AC^2 = BC^2 - AB^2 = (3a)^2 - a^2 = 8a^2 \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}a$.

Gọi I là hình chiếu của A lên $BC \Rightarrow AI \perp BC$.

$$\text{Xét tam giác } ABC \text{ có } \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{8a^2} = \frac{9}{8a^2} \Rightarrow AI = \frac{2\sqrt{2}a}{3}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AI \perp BC, SI \perp BC \\ AI \subset (ABC), SI \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow \text{Góc giữa mặt phẳng } (SBC) \text{ và } (ABC) \text{ là góc}$$

$$\widehat{SIA} = 45^\circ.$$

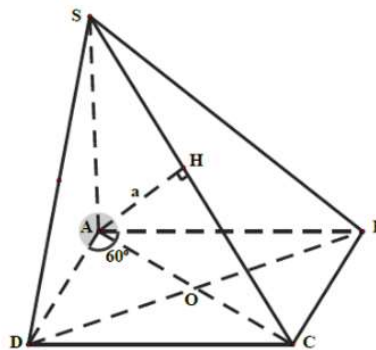
$$\text{Xét tam giác } SAI \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow AI = SA = \frac{2\sqrt{2}a}{3}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2\sqrt{2}a \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}a = \frac{4}{9}a^3.$$

(đvtt).

Ví dụ 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $BAD = 60^\circ$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và khoảng cách từ A đến cạnh SC bằng a . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng?

Hướng dẫn giải:



Theo đề bài ta có ABD là tam giác đều có cạnh bằng a , suy ra

$$S_{ABCD} = 2 \cdot S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}. \text{ Kẻ } AH \perp SC (H \in SC). \text{ Khi đó } d(A, SC) = AH = a.$$

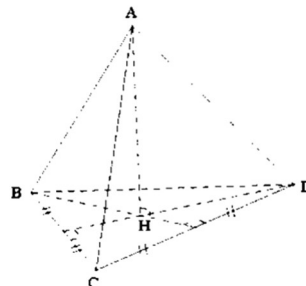
Gọi O là giao điểm AC, BD , suy ra $AC = 2AO = a\sqrt{3}$. Ta có

$$\frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AC^2} = \frac{2}{3a^2} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3 \sqrt{2}}{4} \text{ (đvtt).}$$

Ví dụ 8: Cho khối tứ diện đều có cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng ?

Hướng dẫn giải



Gọi H là trọng tâm của $\Delta BCD \Rightarrow AH \perp (BCD)$

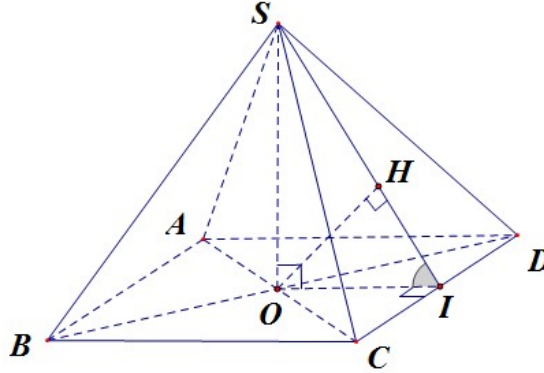
Gọi M là giao điểm của BH và CD ta có: $BM = \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2} \Rightarrow BH = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a}{2} = a$

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có: $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 3a^2 - a^2 = 2a^2 \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$

Ta có: $V_{ABCD} = \frac{1}{3}AH \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$.

Ví dụ 9: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ với O là tâm đáy. Khoảng cách từ O đến mặt bên bằng 1 và góc giữa mặt bên với đáy bằng 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng ?

Hướng dẫn giải:



Gọi I là trung điểm của $CD \Rightarrow OI \perp CD, CD = 2OI$.

Kẻ $OH \perp SI$ tại $H \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH = 1$.

Ta có $\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SI \subset (SCD), SI \perp CD \\ OI \subset (ABCD), OI \perp CD \end{cases} \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (\widehat{SI, OI}) = \widehat{SIO} = 45^\circ$.

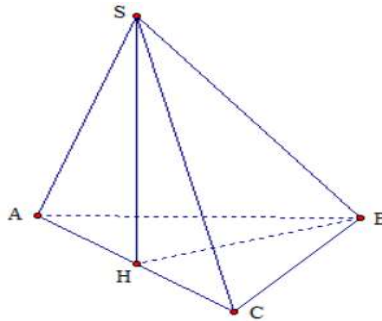
Xét tam giác vuông $HIO \Rightarrow OI = \frac{OH}{\sin \widehat{SIO}} = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} \Rightarrow CD = 2OI = 2\sqrt{2}$.

Ta có $\triangle SIO$ là tam giác vuông cân tại $O \Rightarrow SO = OI = \sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}(CD)^2 \cdot SO = \frac{1}{3}(2\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$.

Ví dụ 10: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{3}$, tam giác SAC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng?

Hướng dẫn giải:



Gọi H là trung điểm của AC , hai tam giác SAC và ABC là hai tam giác đều, bằng nhau

$$\text{và } HS = HB = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}.$$

Ba đường thẳng AC , HS , HB đôi một vuông góc với nhau, suy ra:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6} AC.HB.HS = \frac{1}{6} \sqrt{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}.$$

Ví dụ 11 : Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H trên cạnh AC sao cho $AH = \frac{2}{3} AC$; mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a ?

Hướng dẫn giải:

Gọi M là trung điểm của BC ; $N \in CM$ sao cho $\frac{CN}{CM} = \frac{1}{3}$

Khi đó: $\frac{CN}{CM} = \frac{CH}{CA} = \frac{1}{3} \Rightarrow HN \parallel AM$.

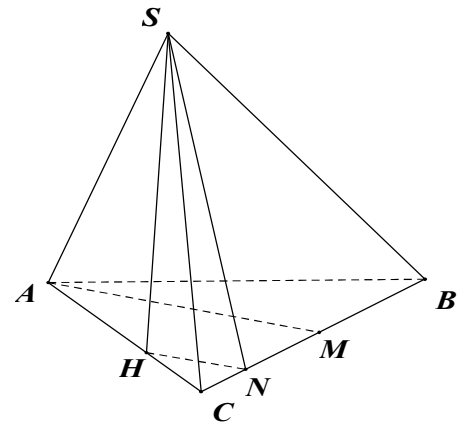
Mà $\triangle ABC$ đều nên $AM \perp BC \Rightarrow HN \perp BC \Rightarrow BC \perp (SHN)$.

Nên tạo bởi (SBC) và (ABC) là $\widehat{SNH} = 60^\circ$.

Do $\triangle ABC$ đều nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HN = \frac{1}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

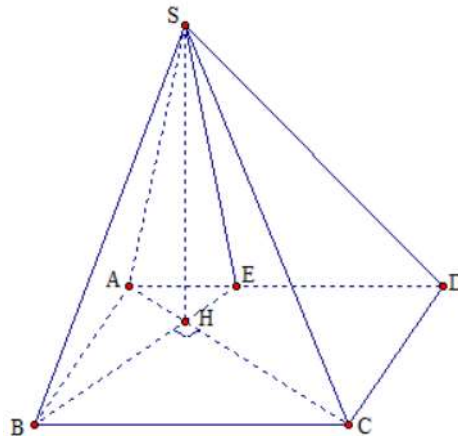
$\triangle SHN$ vuông tại H có $SH = HN \cdot \sin \widehat{SNH} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{4}$.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{48}.$$



Ví dụ 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. E là điểm trên cạnh AD sao cho BE vuông góc với AC tại H và $AB > AE$, cạnh SH vuông góc với mặt phẳng đáy, góc $\widehat{BSH} = 45^\circ$. Biết $AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$, $BE = a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng ?

Hướng dẫn giải:



Đặt $AE = x$, $AB = y$ ($y > x$).

Tam giác ABE vuông tại A , có đường cao AH . Áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$\begin{aligned}
 +) & \begin{cases} BE^2 = AE^2 + AB^2 \\ \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AB^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a^2 = x^2 + y^2 \\ \frac{5}{4a^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 5a^2 \\ xy = 2a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3a \\ xy = 2a^2 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ y = 2a \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$+) BH = \frac{AB^2}{BE} = \frac{4a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}a}{5} \Rightarrow EH = BE - BH = a\sqrt{5} - \frac{4\sqrt{5}a}{5} = \frac{\sqrt{5}a}{5}.$$

Tam giác SHB vuông cân tại H (có $\widehat{BSH} = 45^\circ$), suy ra: $SH = \frac{4\sqrt{5}a}{5}$.

$$+) \frac{BC}{EA} = \frac{BH}{EH} = 4 \Rightarrow BC = 4a.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot SH \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot \frac{4\sqrt{5}a}{5} \cdot 2a \cdot 4a = \frac{16\sqrt{5}a^3}{15}.$$

4. Bài tập tự luyện:

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}. \quad \text{C. } V = a^3\sqrt{2}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SBC là tam giác vuông cân tại S , $SB = 2a$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $3a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = 2a^3. \quad \text{B. } V = 4a^3. \quad \text{C. } V = 6a^3 \quad \text{D. } V = 12a^3.$$

Câu 3. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = 40. \quad \text{B. } V = 192. \quad \text{C. } V = 32. \quad \text{D. } V = 24.$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, cạnh SD . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{6}. \quad \text{B. } V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}. \quad \text{C. } V = 2a^3\sqrt{15}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}.$$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SC = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích V khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}. \quad \text{C. } V = a^3\sqrt{3}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}.$$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = a^3. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{3}. \quad \text{D. } V = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên $SA = 2$ và vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = 1. \quad \text{B. } V = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } V = \frac{1}{3}. \quad \text{D. } V = 2.$$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 10. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$. D. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

Câu 11. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 12. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $h = a\sqrt{3}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$, hình chiếu của điểm S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của cạnh huyền AC . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên $SD = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD thỏa $HD = 3HB$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{5}}{24}$. B. $V = \frac{\sqrt{15}}{24}$. C. $V = \frac{\sqrt{15}}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{15}}{12}$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên AB là điểm H thỏa $AH = 2BH$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2a$, $AB = SA = a$. Tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC) . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy; diện tích tam giác SBC bằng $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ (đvdt). Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , cạnh huyền AB bằng 3. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC và $SB = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{3}{2}$. B. $V = \frac{1}{4}$. C. $V = \frac{3}{4}$. D. $V = 1$.

Câu 20. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AC = 5a$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SB tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 6\sqrt{2}a^3$. B. $V = 4\sqrt{2}a^3$. C. $V = 2\sqrt{2}a^3$. D. $V = 2a^3$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và SD tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AB , góc giữa SC và mặt đáy bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{\sqrt{15}}{6}. \quad \text{B. } V = \frac{\sqrt{15}}{18}. \quad \text{C. } V = \frac{1}{3}. \quad \text{D. } V = \frac{\sqrt{5}}{6}.$$

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = 2a$, $BC = a$. Đỉnh S cách đều các điểm A, B, C . Biết góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3}{4}. \quad \text{B. } V = \frac{3a^3}{4}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{2}. \quad \text{D. } V = a^3.$$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi I là trung điểm của BC , SI tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{2}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}. \quad \text{B. } V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B ; đỉnh S cách đều các điểm A, B, C . Biết $AC = 2a$, $BC = a$; góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{2}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $BD = 1$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là trung điểm OD . Đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{\sqrt{3}}{24}. \quad \text{B. } V = \frac{\sqrt{3}}{8}. \quad \text{C. } V = \frac{1}{8}. \quad \text{D. } V = \frac{\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Tam giác ABC đều, hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Đường thẳng SD hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3}{3}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}. \quad \text{D. } V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}.$$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh đáy AD và BC ; $AD = 2a$, $AB = BC = CD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và SD tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}. \quad \text{D. } V = a^3\sqrt{3}.$$

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$.

Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và SC tạo với đáy một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{9}$. B. $V = 8\sqrt{2}a^3$. C. $V = 8\sqrt{6}a^3$. D. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = AB = a$. Gọi N là trung điểm SD , đường thẳng AN hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 34. (ĐỀ THAM KHẢO 2016 – 2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. B. $V = \sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{3}$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{1}{\sqrt{6}}$. B. $V = \sqrt{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Câu 36. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc đáy và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 3a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , đường chéo $AC = a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa (SCD) và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = DC = 1$, $AB = 2$; cạnh bên SA vuông góc với đáy; mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \sqrt{2}$. B. $V = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$ có $S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2$, $S_{\triangle ABD} = 6\text{cm}^2$, $AB = 3\text{cm}$. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) bằng 60° . Tính thể tích V của khối tứ diện đã cho.

A. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. C. $V = 2\sqrt{3}\text{cm}^3$. D. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$.

Câu 43. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M , N , P tương ứng là trung điểm các cạnh BC , CD , BD . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = \frac{7}{2}a^3$. B. $V = 14a^3$. C. $V = \frac{28}{3}a^3$. D. $V = 7a^3$.

Câu 44. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

A. $V = 3$. B. $V = 4$. C. $V = 6$. D. $V = 5$.

Câu 45. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA = a$ và vuông góc với đáy (ABC) . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SB , SC lần lượt tại M , N . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.AMN$.

A. $V = \frac{2a^3}{27}$. B. $V = \frac{2a^3}{29}$. C. $V = \frac{a^3}{9}$. D. $V = \frac{a^3}{27}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD ; H là giao điểm của CN và DM . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.CDNM$.

A. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V = \frac{5a^3}{8}$. D. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh $2a$. Mặt bên tạo với đáy góc 60° . Gọi K là hình chiếu vuông góc của O trên SD . Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $DKAC$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{15}$. B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{5}$. C. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{15}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 49*. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$ và $SA = SB = a$, $SC = 3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = SB$, $SC = SD$, $(SAB) \perp (SCD)$ và tổng diện tích hai tam giác SAB và SCD bằng $\frac{7a^2}{10}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{5}$. B. $V = \frac{4a^3}{15}$. C. $V = \frac{4a^3}{25}$. D. $V = \frac{12a^3}{25}$.

Bảng đáp án:

1D	2A	3C	4B	5A	6C	7A	8A	9B	10B
11C	12D	13A	14B	15D	16C	17A	18C	19C	20A
21C	22A	23C	24B	25D	26D	27A	28C	29A	30C
31B	32D	33B	34D	35C	36A	37D	38C	39C	40A
41C	42D	43D	44B	45D	46A	47B	48C	49D	50C